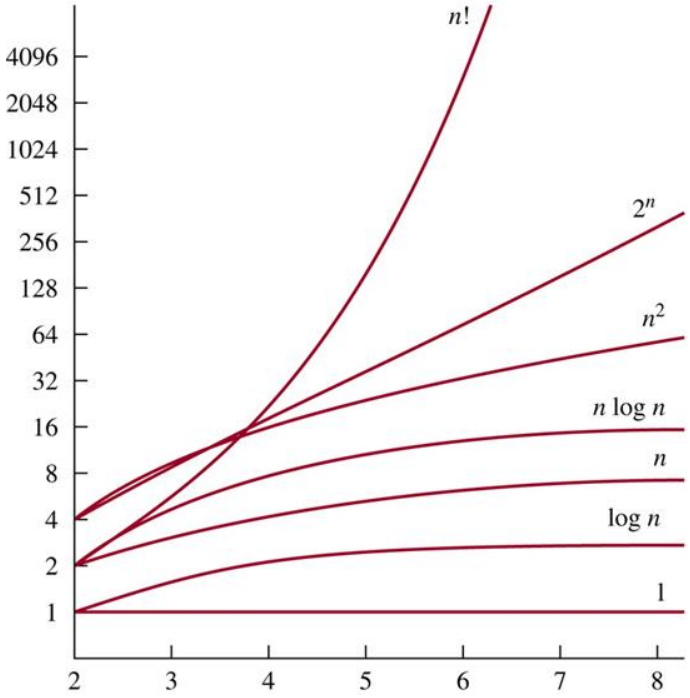
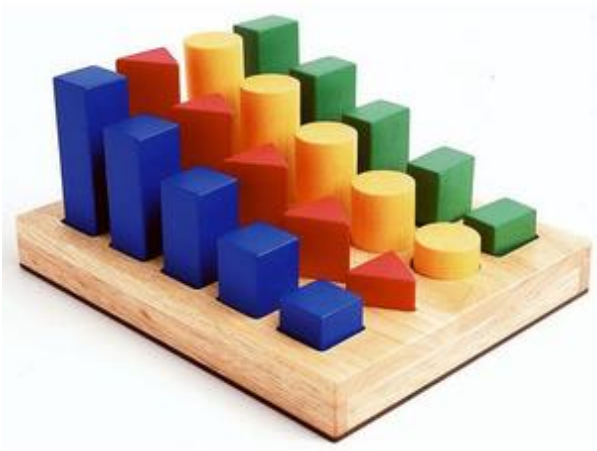
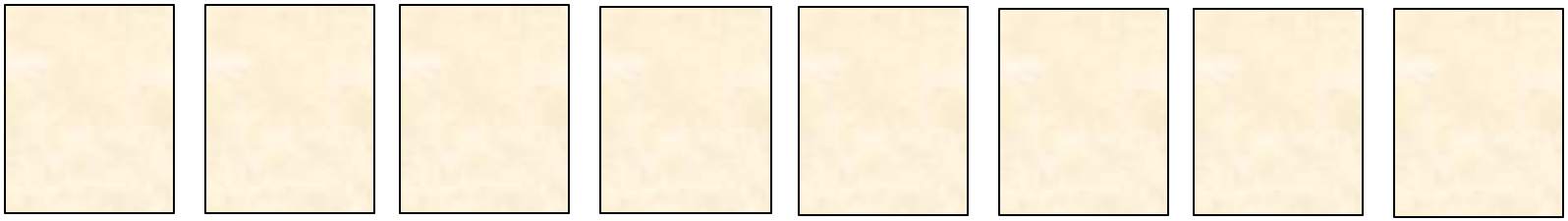
2. prednáška

O(d triedenia) k zložitosti



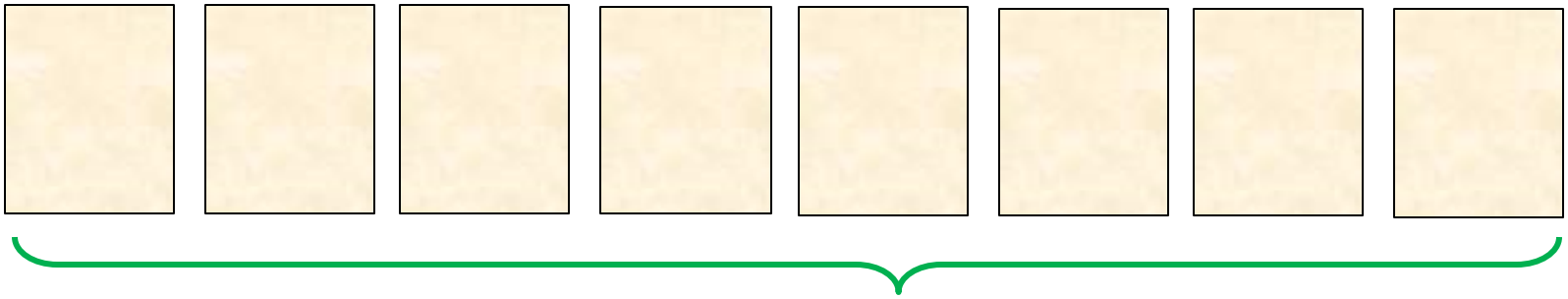


Hľadanie ihly v kope sena



- 8 kariet, pod každou je jedno číslo...
- **Úloha:** *Ako na najmenej otočení kariet zistiť, či je na niektorej z kariet zadané číslo?*
  - Najlepší prípad: Ak máme šťastie, tak ho nájdeme na prvý pokus.
  - Najhorší prípad: Ak tam číslo nie je, tak musíme nazrieť pod každú kartu.
    - pri n kartách po nanajvýš n krokoch vieme dať odpoveď

Hľadanie ihly v kope sena

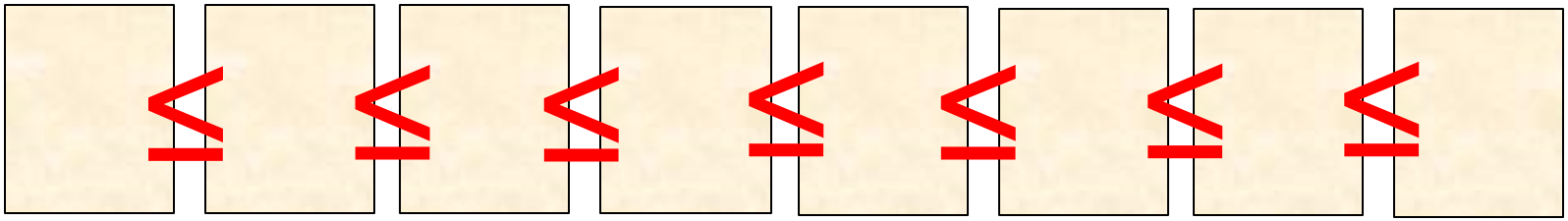


nanajvýš n opakovaní

```
for (int i=0; i<pole.length; i++)
    if (pole[i] == hladaneCislo)
        return true;

return false;
```

Hľadanie ihly v kope sena

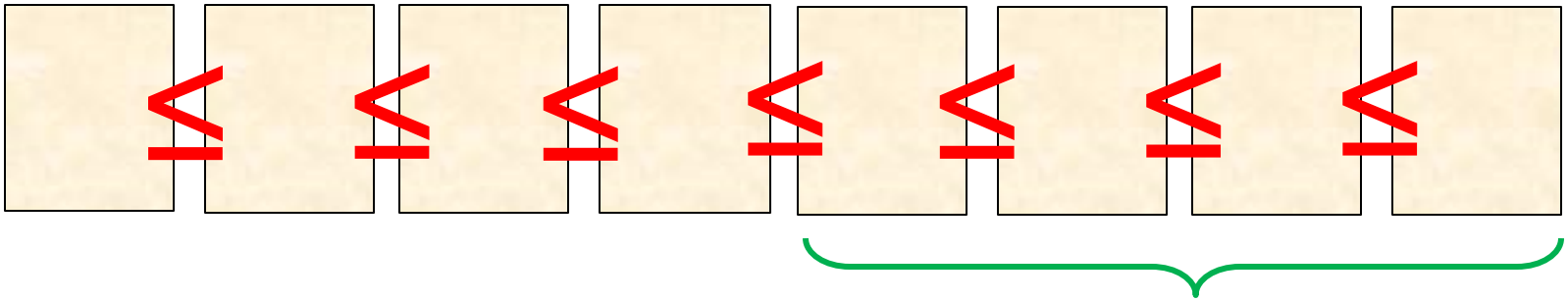


- 8 kariet, pod každou je jedno číslo...
- **Úloha:** *Ako na najmenej otočení kariet zistiť, či je na niektorej z kariet zadané číslo?*
- **Bonus:** čísla pod kartami tvoria neklesajúcu postupnosť...

Pomôže to nejako?

Hľadanie ihly v kope sena

Hľadané číslo **45**

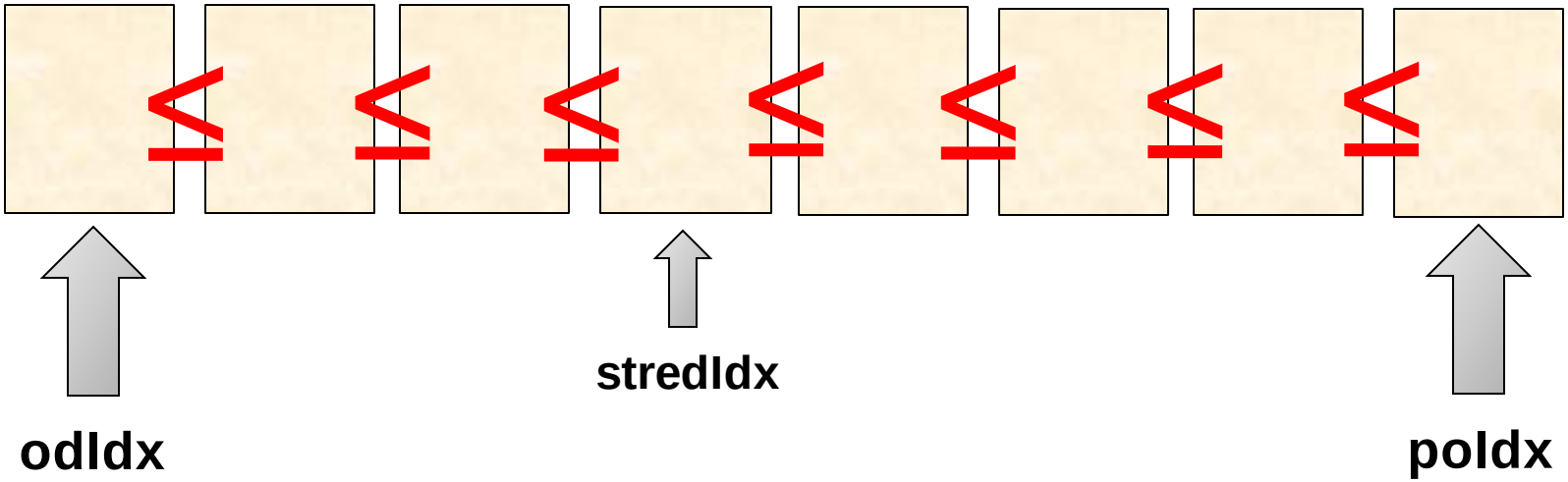


Ak je číslo 45 pod niektorou kartou, tak iba pod niektorou z týchto...

Zmenšenie problému:
z 8 kariet na 4 karty

Ak vyberáme kartu približne **v strede**, tak problém veľkosti n redukujeme na problém veľkosti $n/2$

Ako charakterizovať problém?



- **Problém** = množinu kariet, ktorú prehľadávame, môžeme popísať 2 číslami:
  - **index prvej** karty (kde úsek začína)
  - **index poslednej** karty (kde úsek končí)

Binárne vyhľadávanie

```
public boolean jeVPoli(int[] pole, int odIdx, int poIdx, int cislo) {
    if (odIdx > poIdx)
        return false;

    int stredIdx = (odIdx + poIdx) / 2;
    if (pole[stredIdx] == cislo)
        return true;

    if (cislo < pole[stredIdx])
        return jeVPoli(pole, odIdx, stredIdx-1, cislo);
    else
        return jeVPoli(pole, stredIdx+1, poIdx, cislo);
}
```

Ak máme 0 „kariet“

Vypočítame stred

Overíme, či v strede nie je to, čo hľadáme

Rozhodneme sa, či v hľadaní pokračujeme vľavo alebo vpravo

Nerekurzívna verzia na cvičeniach

Binárne vyhľadávanie

```
public boolean jeVPoli(int[] pole, int odIdx, int poIdx, int cislo) {
    if (odIdx > poIdx)
        return false;

    int stredIdx = (odIdx + poIdx) / 2;
    if (pole[stredIdx] == cislo)
        return true;

    if (cislo < pole[stredIdx])
        return jeVPoli(pole, odIdx, stredIdx-1, cislo);
    else
        return jeVPoli(pole, stredIdx+1, poIdx, cislo);
}
```

Je binárne vyhľadávanie lepšie?

- **Najhorší prípad:**
  - 1 krok: n kariet
  - 2 krok: $n/2$ kariet
  - 3 krok: polovica z $n/2$ kariet = $n/4 = n/2^2 = n/2^{3-1}$
  - 4 krok: polovica z $n/4$ kariet = $n/8 = n/2^3 = n/2^{4-1}$
  - …
  - k-ty krok: $n/2^{k-1}$ kariet
  - … **kedy skončíme?**
  - posledný krok: **ostala 1 karta**

v informatike: $\log = \log_2$

$$n/2^{k-1} \leq 1$$
$$n \leq 2^{k-1}$$
$$\log n \leq k-1$$
$$1+\log n \leq k$$

Po nanajvýš $1+\log n$ ***krokoch končíme!***

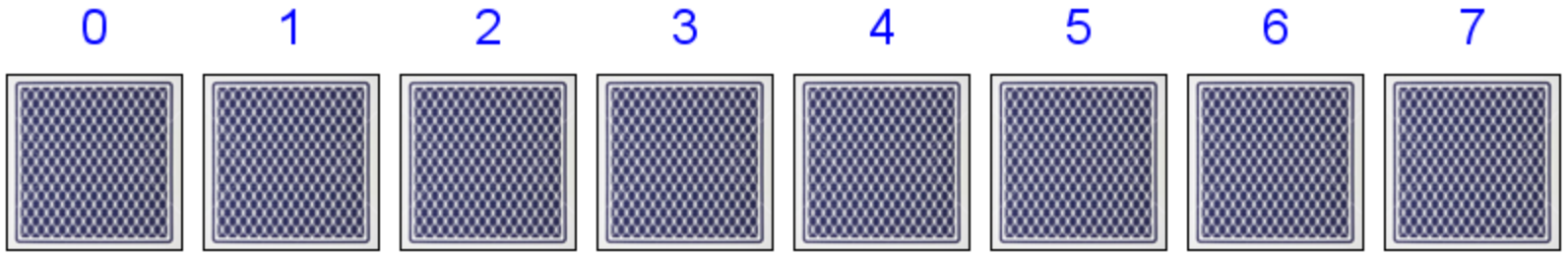
Je binárne vyhľadávanie lepšie?

n	Lineárne vyhľadávanie	Binárne vyhľadávanie
10	10	4
100	100	7
1000	1000	10
1000000	1000000	20
1000000000	1000000000	30
1000000000000	1000000000000	40

Oplatí sa mať veci usporiadané a vďaka tomu môcť použiť binárne vyhľadávanie.

Ako dať veci na správne miesto?

Kartičkový experiment...



Bublinkové triedenie

- Kým nie sú všetky susedné prvky v poli v správnom poradí, opakuj:
  - nájdi dva susedné prvky „v zlom poradí“ a navzájom ich vymeň

```
public static void bubbleSort(int[] p) {
    boolean bolaVymena;
    do {
        bolaVymena = false;

        for (int i=0; i<p.length-1; i++)
            if (p[i] > p[i+1]) {
                vymen(p, i, i+1);
                bolaVymena = true;
            }

    } while (bolaVymena);
}
```

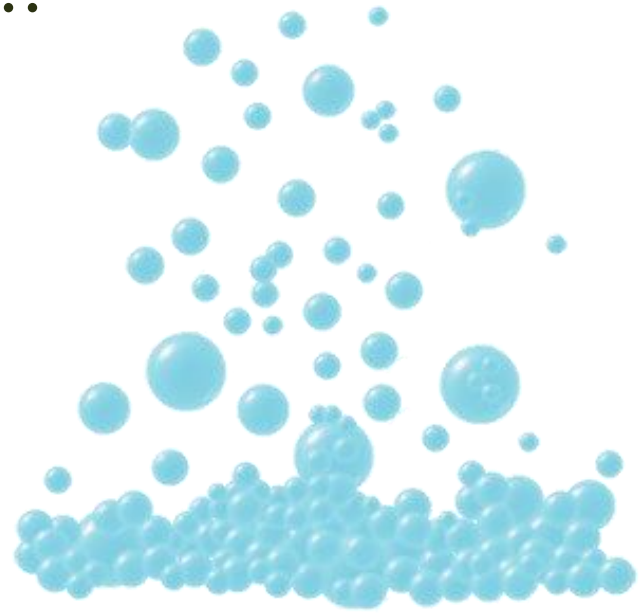
Hľadáme susedné prvky, ktoré sú v zlom poradí

```
int pom = p[i];
p[i] = p[i+1];
p[i+1] = pom;
```

Poznačíme si, že sme našli v poli niečo „zlé“

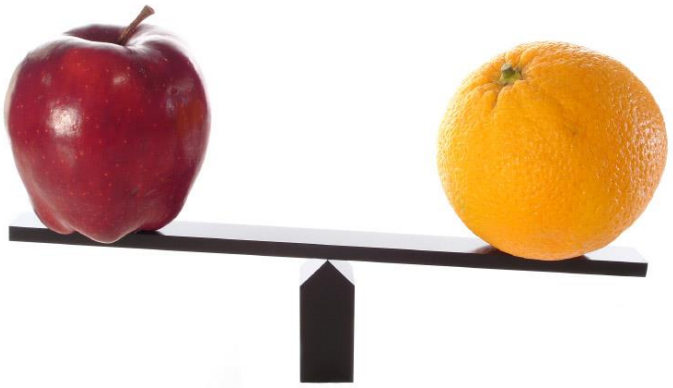
Bublinkové triedenie

- **Pozorovanie:** od konca poľa sa postupne vytvára (vybubláva) usporiadaná podpostupnosť
  - **vylepšenie**: pri hľadaní „zlých“ susedov nemusíme ísť do konca poľa (n, n-1, n-2, n-3, …)
  - vylepšená verzia na cvičeniach...
- Koľko krát sa zopakuje `do-while` cyklus?
  - **v najlepšom prípade** (usporiadané pole): 1 krát
  - **v najhoršom prípade**: n krát



Bublinky a počet porovnaní

- Aký je počet porovnaní, ktoré vykoná algoritmus?
  - **v najlepšom prípade:** $n-1$
    - 1 iterácia **`do-while`** cyklu
  - **v najhoršom prípade:** $n(n-1) = n^2-n$
    - $n-1$ porovnaní v jednej iterácii **`do-while`** cyklu
    - nanajvýš n iterácií **`do-while`** cyklu



Triedenie výberom

- SelectionSort, MinSort

- **Stratégia** pre pole veľkosti n:
  - **ak** je pole veľkosti 1, **tak** už je usporiadané a môžeme skončiť
  - **inak** $(n \geq 2)$
    - **nájdi najmenšie** číslo
    - **vymeň** najmenšie číslo s číslom na začiatku poľa
    - prvé číslo v poli „ignoruj“ a usporiadaj **zvyšok** poľa (zvyšných n-1 čísel) **rovnakým postupom**

Triedenie výberom

```
public static int indexNajmensieho(int[] p, int odIdx, int poIdx) {
    int najIdx = odIdx;
    for (int i = odIdx + 1; i <= poIdx; i++)
        if (p[i] < p[najIdx])
            najIdx = i;

    return najIdx;
}

public static void vymen(int[] p, int idx1, int idx2) {
    int pom = p[idx1];
    p[idx1] = p[idx2];
    p[idx2] = pom;
}
```

nájdi najmenšie číslo

vymeň najmenšie číslo s číslom na začiatku poľa

- prvé číslo v poli „ignoruj“ a usporiadaj **zvyšok** poľa (zvyšných N-1 čísel) **rovnakým postupom**

Triedenie výberom

```
public static void selectionSort(int[] p,
                                 int odIdx, int poIdx) {
    if (odIdx == poIdx)
        return;

    vymen(p, odIdx, indexNajmensieho(p, odIdx, poIdx));
    selectionSort(p, odIdx + 1, poIdx);
}
```

Rekurzívna myšlienka neznamená rekurzívny program!

Zmenšenie problému o 1

- **nájdi najmenšie** číslo
- **vymeň** najmenšie číslo s číslom na začiatku poľa
- prvé číslo v poli „ignoruj“ a usporiadaj **zvyšok** poľa (zvyšných N-1 čísel) **rovnakým postupom**

Triedenie výberom

```
public static void selectionSort(int[] p) {
    for (int i = 0; i < p.length - 1; i++) {

        int minIdx = i;
        for (int j = i + 1; j < p.length; j++)
            if (p[j] < p[minIdx])
                minIdx = j;

        int pom = p[i];
        p[i] = p[minIdx];
        p[minIdx] = pom;
    }
}
```

Nájdi index najmenšieho prvku v podpoli začínajúcom na indexe i.

Vymeň prvok na indexe i a najmenší prvok v podpoli od indexu i.

Triedenie výberom a porovnania

```
public static void selectionSort(int[] p) {
    for (int i = 0; i < p.length - 1; i++) {

        int minIdx = i;
        for (int j = i + 1; j < p.length; j++)
            if (p[j] < p[minIdx])
                minIdx = j;

        vymen(p, i, minIdx);
    }
}
```

p.length = 8

i=0	7
i=1	6
i=2	5
i=3	4
i=4	3
i=5	2
i=6	1

Počet porovnaní pri poli veľkosti n:

$$(n-1)+(n-2)+\ldots+1=\sum_{k=1}^{n-1}k=\frac{(n-1)n}{2}$$

Počet porovnaní

Bublinky vs. výber

Počet porovnaní	V najlepšom prípade	V najhoršom prípade
`BubbleSort`	*n-1*	*n(n-1)*
`Vylepšený BubbleSort`	*n-1*	*n(n-1)/2*
`SelectionSort`	*n(n-1)/2*	*n(n-1)/2*

- A čo **ďalšie operácie** v algoritmoch (výmeny, priradenia, ++, …)?
- Ktorý z algoritmov je **rýchlejší**?

Analýza algoritmov

- **Korektnosť**:
  - *Robí algoritmus **vždy** to, čo má?*
- **Časová zložitosť**:
  - *Aký rýchly je algoritmus?*
- **Pamäťová zložitosť**:
  - *Koľko pamäte potrebuje algoritmus pri svojom behu?*
- ...
  - komunikačná zložitosť, náročnosť na prostriedky a zdroje, ...

Ktorý algoritmus je rýchlejší?

- Naprogramujem a **pomerám čas**:
  - na rôznych počítačoch **rôzne operácie** trvajú **rôzne dlho** (CISC vs. RISC, cachovanie, … viac na princípoch počítačov, ...)
  - algoritmus neoverím na všetkých vstupoch
    - čo ak som algoritmus netestoval práve na vstupe, na ktorom algoritmus „počíta“ najdlhšie
  - čo ak algoritmus potrebujem pre také veľké vstupy, že len otestovanie akéhokoľvek z nich trvá niekoľko dní?

Riešenie: teoretická analýza

Analýza časovej zložitosti

- **Elementárna operácia**: 1 krok
  - čo je elementárna operácia záleží od uvažovaného **výpočtového modelu**
  - **náš pohľad**: každá jednoduchá operácia v Jave ako porovnanie, priradenie, ...
  - **pozor:** jeden príkaz nie je vždy jeden krok, napr. volanie metódy môže skrývať množstvo krokov
  - počet elementárnych operácií je priamoúmerný času
- Analýza časovej zložitosti algoritmu
  - = počítanie počtu krokov algoritmu bez toho, aby sme ho spustili

Analýza časovej zložitosti

- Koľko ste sa dozvedeli?
  - Algoritmus na poli $\{5, 1, 5, 2\}$ vykonal 131 krokov a na poli $\{6, 7, 1, 3, 1, 9\}$ vykonal 192 krokov.
  - Algoritmus **A** na poli veľkosti n vykoná nanajvýš $3*n^2-n+192$ krokov a algoritmus **B** vykoná presne $2*n^2+332*n-2$ krokov.
    - ktorý je rýchlejší?
- Čo nás naozaj zaujíma?

Analýza časovej zložitosti

- **Presný počet** krokov algoritmu záleží od **konkrétneho vstupu**
- Ak je **vstup väčší**, počet krokov algoritmu by mal byť väčší
  - časová zložitosť by mala byť funkciou od veľkosti vstupu
  - ak n je veľkosť vstupu, potom časová zložitosť je vyjadrená ako $T(n)$ – napr. maximálny počet krokov, ktoré potrebuje algoritmus na vstupe veľkosti n.
- Zvyčajne nás zaujíma **horné ohraničenie počtu** krokov (poskytuje „garancie“ trvania)

Na čom záleží?

Čo ak by sme každému z nich zvýšili mesačný príjem o ...

+ 5%

+1 €

+ 5%

+1 €

+ 5%

+1 €

Žiadna z týchto operácií zásadne nezmení „zaradenie človeka do nejakej príjmovej kategórie“.

Na čom záleží?

Aký najväčší vstup dokáže algoritmus s daným počtom operácií spracovať za určitý čas?

čas/zložitosť	N	N^2	N^3	2^N	$N!$
milisekunda	1 000 000	1 000	100	20	10
sekunda	1 000 000 000	30 000	1 000	30	12
minúta	∞	250 000	4 000	35	14
hodina	∞	2 000 000	15 000	41	15
deň	∞	9 000 000	44 000	46	16
mesiac	∞	51 000 000	130 000	51	17
rok	∞	170 000 000	310 000	54	18
tisícročie	∞	∞	3 100 000	64	21

Na čom záleží?

- Pri počítači, ktorý spraví 10^9 operácií za sekundu na 1, 2, 3, 1000, … operáciách **navyše nezáleží**...
- 2-násobne viac operácií „vyrieši“ 2-krát rýchlejší počítač (napr. n^2 vs. $2n^2$)
- Z predchádzajúcej tabuľky:
  - rozdiel medzi n^2 a n^3, či n^3 a 2^n žiadne konštantné zrýchlenie počítača nevyrieši pre všetky vstupy
- **Výzva:**

Vieme algoritmy na základe časovej zložitosti rozdeliť do nejakých „**kategórií**“ tak, aby v každej z nich boli „**podobne**“ **časovo náročné algoritmy**?

Asymptotická zložitosť

- Zaujíma nás, ako rastie zložitosť algoritmu, ak **veľkosť vstupu rastie** do nekonečna ($n \to \infty$)
  - Algoritmus **A**: $T_A(n) = 3n^2\text{-}4n\text{+}100$
  - Algoritmus **B**: $T_B(n) = 300n^2\text{+}10$
  - Algoritmus **C**: $T_C(n) = n^3\text{+}n^2$

Zložitosť algoritmov A a B "rastie rovnako".

B vs. A: $$\lim_{n\to\infty} \frac{T_B(n)}{T_A(n)} = \lim_{n\to\infty} \frac{300n^2+10}{3n^2-4n+100} = 100$$

C vs. B: $$\lim_{n\to\infty} \frac{T_C(n)}{T_B(n)} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^3+n^2}{300n^2+10} = \infty$$

Zložitosť C "rastie neporovnateľne rýchlejšie" ako B

Theta Θ ako kategorizátor

- $T_A(n) = 3n^2-4n+100$
- $T_B(n) = 300n^2+10$

$T_A(n)$ a $T_B(n)$ sú z hľadiska rastu porovnateľné.

- $\Theta(g(n))$ – množina všetkých funkcií, ktoré sú z hľadiska rastu **porovnateľné** s funkciou $g(n)$

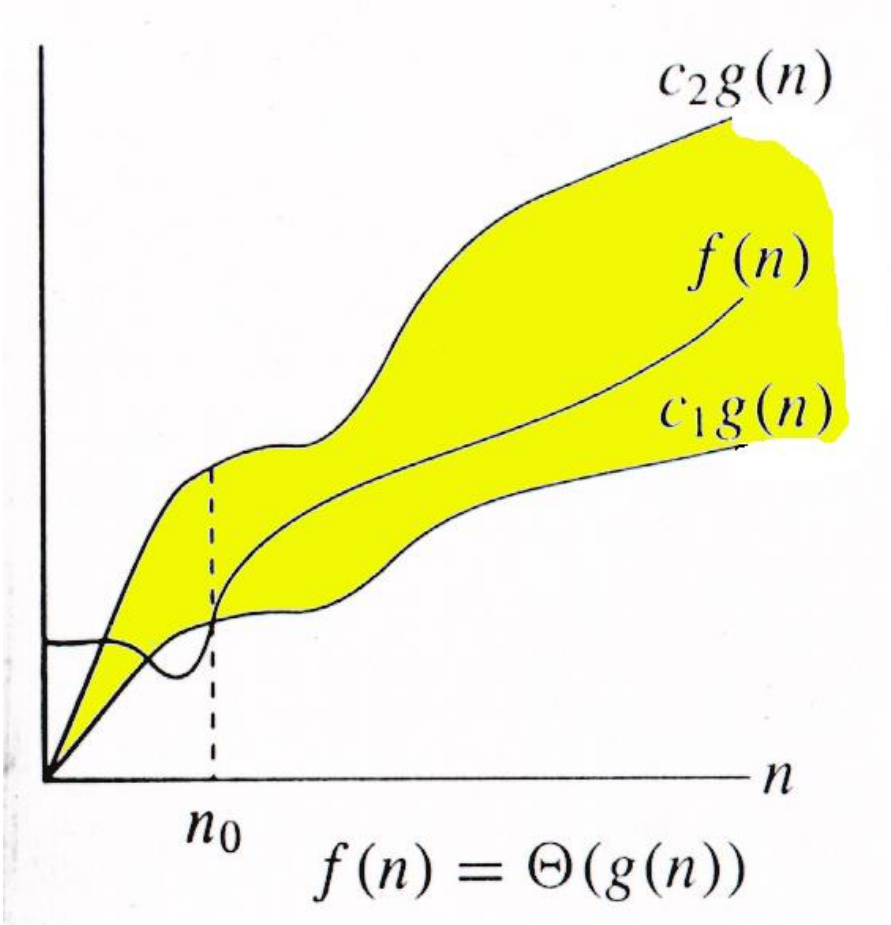
$$\Theta(g(n)) = \left\{ f(n) \mid \exists c_1, c_2 \in R^+, \exists n_0 \in N, \forall n \geq n_0, c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n) \right\}$$

- Do $\Theta(n^2)$ patria $300n^2+10, 2n^2+n+\log n, 0.5n^2, \ldots$

Pozorovanie: na multiplikatívnej a aditívnej konštantne nezáleží.

Theta Θ

$$\Theta(g(n)) = \left\{ \begin{array}{l} f(n) \mid \exists c_1, c_2 \in R^+, \exists n_0 \in N, \\ \qquad \forall n \geq n_0, c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n) \end{array} \right\}$$



Príklad s Theta Θ

Dokážte: $3n^2 - 4n + 100 \in \Theta(n^2)$

Dôkaz:

$$\Theta(g(n)) = \left\{ f(n) \mid \exists c_1, c_2 \in R^+, \exists n_0 \in N, \quad \forall n \geq n_0, c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n) \right\}$$

$$3n^2 - 4n + 100 \in \Theta(n^2) \Leftrightarrow$$

$$\exists c_1, c_2 > 0, \exists n_0 \in N, \forall n \geq n_0, c_1 n^2 \leq 3n^2 - 4n + 100 \leq c_2 n^2$$

Zvoľme $c_1=2$, $c_2=3$, $n_0=25$. Potrebujeme ukázať, že platí:

$$2n^2 \leq 3n^2 - 4n + 100 \leq 3n^2 \quad pre\ \forall n \geq 25$$

$$2n^2 \leq 3n^2 - 4n + 100$$
$$-100 \leq n^2 - 4n$$
$$-100 \leq n(n-4)$$

$$3n^2 - 4n + 100 \leq 3n^2$$
$$100 \leq 4n$$
$$25 \leq n$$

Príklad: Theta Θ

Dokážte: $n^3 \notin \Theta(n^2)$

Dôkaz (sporom):

$$\Theta(g(n)) = \left\{ f(n) \mid \exists c_1, c_2 \in R^+, \exists n_0 \in N, \forall n \geq n_0, c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n) \right\}$$

$$n^3 \in \Theta(n^2) \Rightarrow \exists c_1, c_2 > 0, \exists n_0 \in N, \forall n \geq n_0, c_1 n^2 \leq n^3 \leq c_2 n^2$$

$$\Leftrightarrow \exists c_1, c_2 > 0, \exists n_0 \in N, \forall n \geq n_0, c_1 \leq n \leq c_2$$

Spor, neplatí pre $n > max(c_2, n_0)$

Dôsledok:

$$n^3 \in \Theta(n^3) \wedge n^3 \notin \Theta(n^2) \Rightarrow \Theta(n^3) \neq \Theta(n^2)$$

Dá sa ukázať, že sú navyše aj disjunktné.

Časová zložitosť BubbleSort-u

```
public static void bubbleSort(int[] p) {
    boolean bolaVymena;
    do {
        bolaVymena = false;

        for (int i=0; i<p.length-1; i++)
            if (p[i] > p[i+1]) {
                vymen(p, i, i+1);
                bolaVymena = true;
            }

    } while (bolaVymena);
}
```

Počet všetkých krokov algoritmu možno zhora aj zdola ohraničiť konštantným násobkom počtu porovnaní.

c_1.(# porovnaní) <= # krokov <= c_2.(# porovnaní)

Θ a triedenia

Počet porovnaní	V najlepšom prípade	V najhoršom prípade
`BubbleSort`	$n-1$	$n(n-1)$
`Vylepšený BubbleSort`	$n-1$	$n(n-1)/2$
`SelectionSort`	$n(n-1)/2$	$n(n-1)/2$

- $c_1 n(n-1)$ aj $c_2 n(n-1)/2$ patria do $\Theta(n^2)$
  - `BubbleSort` aj `SelectionSort` majú rovnakú asymptotickú časovú zložitosť v najhoršom prípade!

Spomenuté triediace algoritmy patria do „rovnakej kategórie“

A čo vieme povedať o každom behu?

Počet porovnaní	V najlepšom prípade	V najhoršom prípade
`BubbleSort`	$n-1$	$n(n-1)$
`Vylepšený BubbleSort`	$n-1$	$n(n-1)/2$
`SelectionSort`	$n(n-1)/2$	$n(n-1)/2$

Časová zložitosť každého behu `BubbleSort`-u je „medzi **približne** $n-1$ a $n(n-1)$“

Každý beh `SelectionSort`-u spraví $\Theta(n^2)$ krokov.

Čo vieme povedať o **časovej zložitosti** každého behu (t.j. nielen v najhoršom prípade) algoritmu BubbleSort?

Horné ohraničenie ako garancia

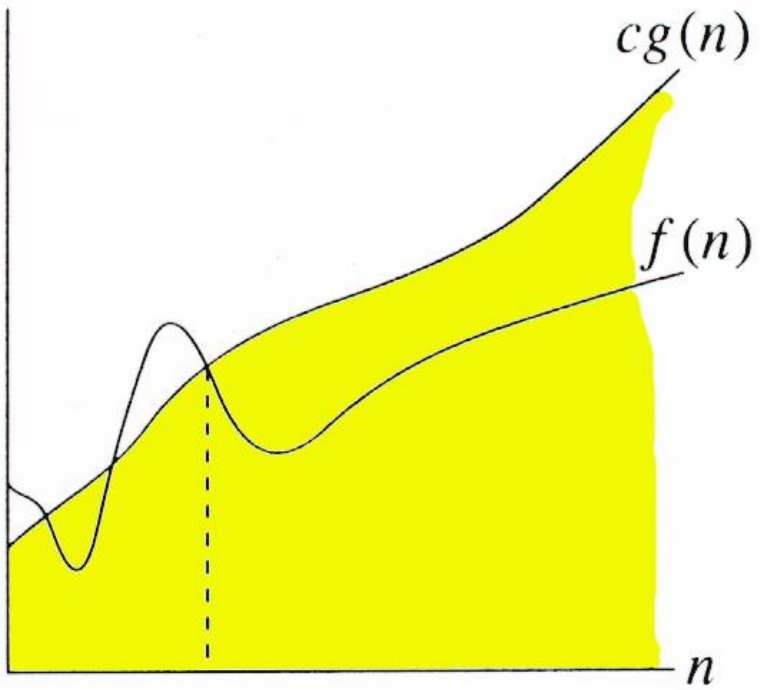
- V praxi:
  - sú dôležité **garancie** typu „nebude to trvať dlhšie ako“...
  - pri analýze algoritmov je niekedy (často?) problém zaradiť časovú zložitosť algoritmu do Θ-množiny nejakej „peknej“ funkcie (n, n^2, $\log n$, 2^n, $n \log n$ ...)

$$O$$

O-notácia

$$O(g(n)) = \{f(n) \mid \exists c \in R^+, \exists n_0 \in N, \forall n \geq n_0,\ f(n) \leq cg(n)\}$$

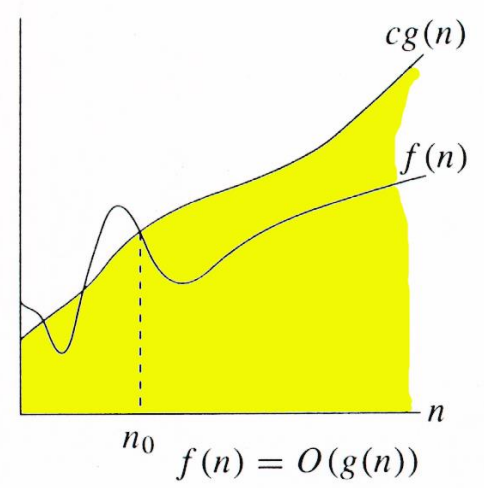
- *O(g(n))* všetky funkcie, ktoré sú **asymptoticky zhora ohraničené** funkciou *g(n)*



O-notácia príklady

$$O(g(n)) = \{f(n) \mid \exists c \in R^+, \exists n_0 \in N, \forall n \geq n_0,\ f(n) \leq cg(n)\}$$

- $n^2 \in O(n^2)$ $c=1,\ n_0=1$
- $2n^2 \in O(n^2)$ $c=2,\ n_0=1$
- $n \in O(n^2)$ $c=1,\ n_0=1$
- $2n^2 + 4n \in O(n^2)$ $c=3,\ n_0=4$
- $2022 \in O(n^2)$ $c=2022,\ n_0=1$



$$f(n) \in \Theta(g(n)) \Rightarrow f(n) \in O(g(n))$$

$$\Theta(g(n)) \subseteq O(g(n))$$

A čo vieme povedať o každom behu?

Počet porovnaní	V najlepšom prípade	V najhoršom prípade
`BubbleSort`	***n-1***	***n(n-1)***
`Vylepšený BubbleSort`	*n-1*	*n(n-1)/2*
`SelectionSort`	*n(n-1)/2*	*n(n-1)/2*

Cieľom analýzy asymptotickej časovej zložitosti algoritmu je nájsť čo najpomalšie rastúcu funkciu $f(n)$ takú, že časová zložitosť algoritmu je $O(f(n))$

Časová zložitosť každého behu algoritmu `BubbleSort` je:

$$O(n^2)$$

Divná konvencia?

- Matematicky korektne:
  - $g(n) \in O(f(n))$
  - $g(n) \in \Theta(f(n))$
- Čo sa používa:
  - $g(n) = O(f(n))$
  - $g(n) = \Theta(f(n))$

$3n-2 = O(n)$

Funkcia

Množina funkcií

Sumarizácia o zložitosti

- Asymptotická analýza časovej zložitosti:
  - zachycuje **ako rastie čas výpočtu** (počet krokov) algoritmu v závislosti od toho, ako **rastie veľkosť vstupu** (do nekonečna)
  - abstrahuje sa od **technických detailov** – aditívne a multiplikatívne konštanty sa „ignorujú“
  - umožňuje identifikovať rôzne „porovnateľné“ **triedy časovej zložitosti**
  - Θ - asymptoticky tesné ohraničenie
  - O – asymptotické ohraničenie zhora
    - väčšinou stačí, keďže poskytuje garancie o maximálnom trvaní behu algoritmu/výpočtu

Zaujímavé triedy zložitosti

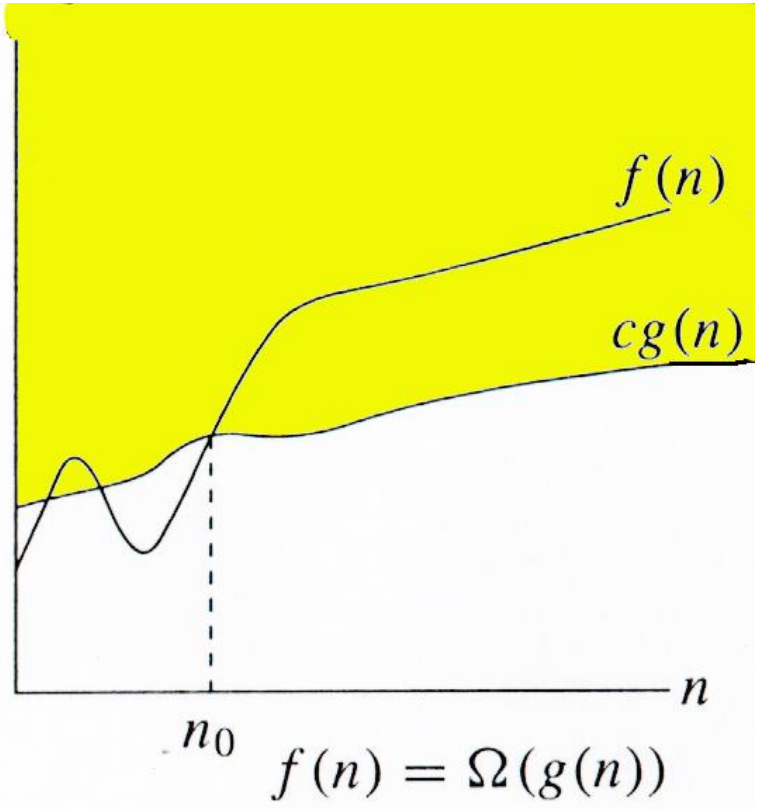
- $O(1)$ – konštantná zložitosť
- $O(\log n)$ – logaritmická zložitosť
  - binárne vyhľadávanie v n-prvkovej usporiadanej postupnosti
- $O(n)$ – lineárna zložitosť
  - lineárne vyhľadávanie v n-prvkovej neusporiadanej postupnosti
  - hľadanie minimálnej hodnoty (v skutočnosti $\Theta(n)$)
- $O(n^2)$ – kvadratická zložitosť
  - bublinkové triedenia, triedenie výberom, ...
- $O(n^3)$ – kubická zložitosť
- $2^{O(n)}$ – exponenciálna zložitosť
  - kreslenie Kochovej krivky úrovne n

Na cvičeniach: Ktorá trieda je „lepšia“?

Ω-notácia

$$\Omega(g(n)) = \{f(n) \mid \exists c \in R^+, \exists n_0 \in N, \forall n \geq n_0, f(n) \geq cg(n)\}$$

- $\Omega(g(n))$ všetky funkcie, ktoré sú **asymptoticky zdola ohraničené** funkciou $g(n)$
- dolné ohraničenia sa používajú nie pri analýze algoritmov, ale **problémov**



Ω–notácia

- Problém hľadania minima v neusporiadanom v n-prvkom poli má časovú zložitosť $\Omega(n)$
  - žiaden algoritmus nemôže nájsť minimum v poli bez toho, aby pozrel všetkých n hodnôt, t.j. potrebuje aspoň cn krokov – jeho časová zložitosť je teda $\Omega(n)$
- „Krása“ asymptotických ohraničení zdola:
  - Umožňujú dokázať nie to, že ľudia doposiaľ nevymysleli rýchlejší algoritmus, ale že rýchlejší algoritmus nejde vymyslieť.
  - Algoritmus je **asymptoticky optimálny** pre nejaký problém, ak jeho časová zložitosť je $O(f(n))$ a dolné ohraničenie pre problém je $\Omega(f(n))$.

Príklad na záver

```
public boolean metoda(int[] p) {
    for (int i = 0; i < p.length - 1; i++)
        for (int j = i + 1; j < p.length; j++)
            if (p[i] == p[j])
                return true;

    return false;
}
```

Aká je časová zložitosť metódy?

Potrebujeme to vôbec vedieť?

Dokumentácie k .Net Frameworku 4 od Microsoftu:

Remarks

The List<T> is searched forward starting at the first element and ending at the last element.

This method determines equality using the default equality comparer EqualityComparer<T>.Defa

This method performs a linear search; therefore, this method is an O(*n*) operation, where *n* is C

Kvalitná dokumentácia obsahuje informácie o časovej zložitosti vykonávania metódy (efektívnosti implementácie).